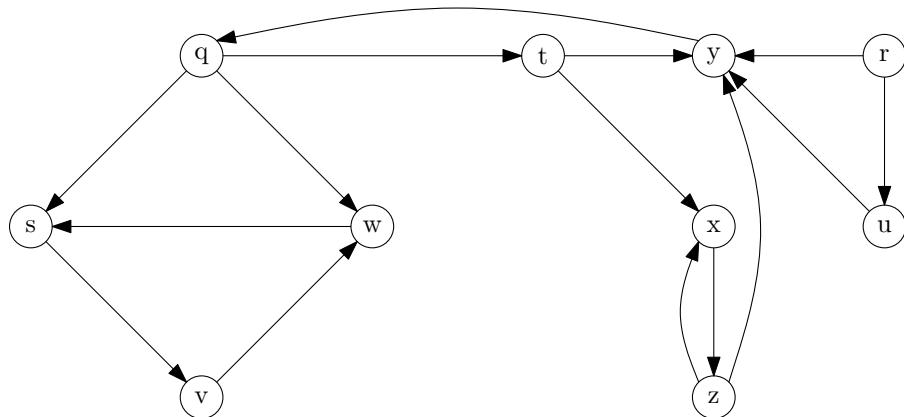


## Aufgabe 1

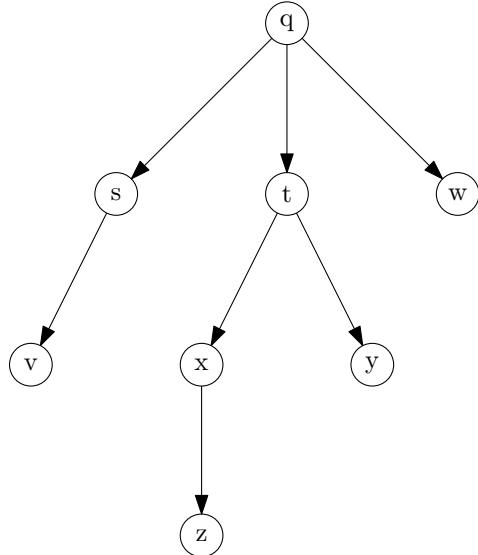
a)



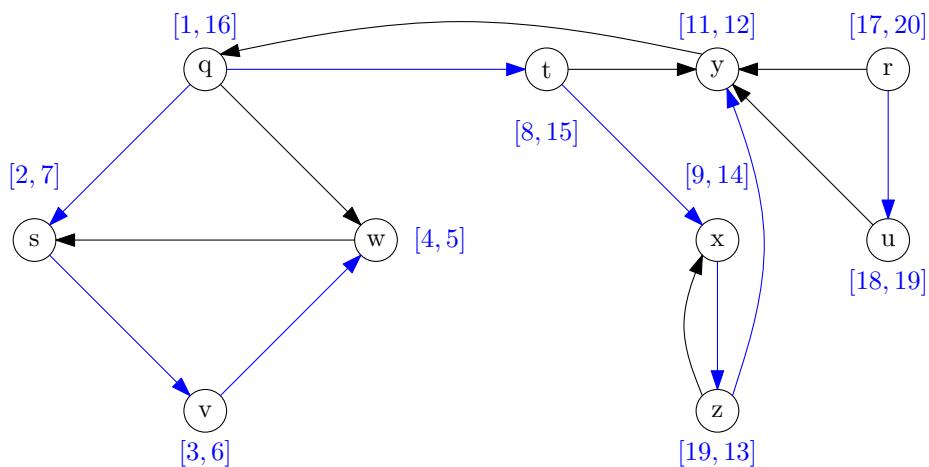
$a$	q	s	t	w	v	x	y	z	r	u
$d(a)$	0	1	1	1	2	2	2	3	$\infty$	$\infty$
$\pi(a)$	-	q	q	q	s	t	t	x	-	-

b)

Vorgängergraph:



c)



## Aufgabe 2

a)

Kante  $(u, v) \in E$

Angenommen  $(u, v)$  ist eine TreeEdge (ForwardEdge)

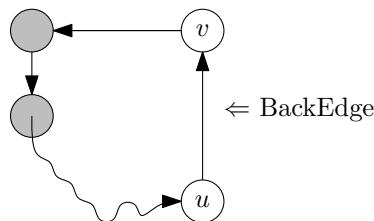
- $\Rightarrow$  In der Tiefensuche wird  $v$  von  $u$  aus entdeckt.
- $\Rightarrow$   $v$  ist ein Nachkomme von  $u$  im Tiefensuchebaum
- $\Rightarrow$  Verschachtelungssatz:  
 $d[u] < d[v] < f[v] < f[u]$
- $' \Rightarrow'$  Angenommen  $d[u] < d[v] < f[v] < f[u]$
- $\Rightarrow$  Verschachtelungssatz:  
 $v$  ist ein Nachkomme von  $u$  um selben Tiefensuchebaum.

Fall 1:  $v$  wurde von  $u$  aus entdeckt  $\Rightarrow (u, v)$  TreeEdge

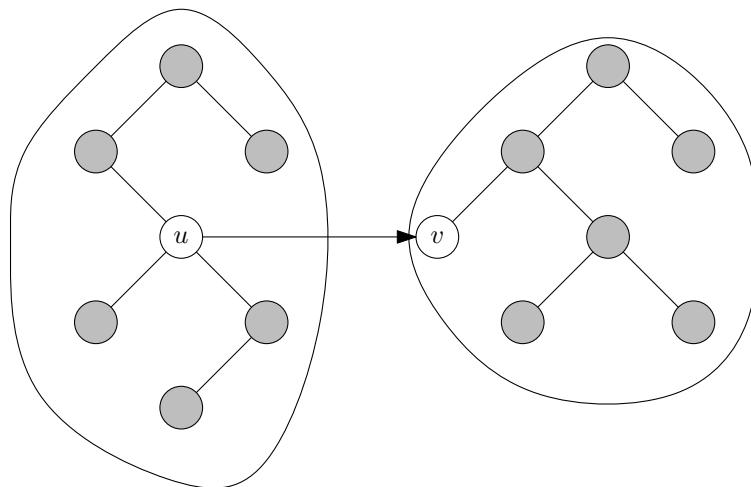
Fall 2:  $v$  wurde nicht von  $u$  aus entdeckt  $\Rightarrow (u, v)$  ForwardEdge

b)

- $' \Rightarrow'$  Angenommen  $(u, v)$  ist eine BackEdge
- d. h.  $u$  ist ein Nachfolger von  $v$  im selben Tiefesuchebaum
- $\Leftrightarrow$  Verschachtelungssatz  $d[v] < d[u] < f[u] < f[v]$



c)



$' \Rightarrow': (u, v) \text{ CrossEdge}$

Also sind  $u$  und  $v$  in verschiedenen Tiefensuchebäumen.

$\Rightarrow v$  muss vor  $u$  in der Tiefensuche entdeckt worden sein.

$\Rightarrow d[v] < f[v] < d[u] < f[u]$

$\Leftarrow$  Angenommen:  $d[v] < f[v] < d[u] < f[u]$

$\Rightarrow$  Verschachtelungssatz:  $u$  und  $v$  sind in zwei verschiedenen TS-Bäumen

$\Rightarrow (u, v)$  ist CrossEdge

### Aufgabe 3

Laufzeit:  $O(\|V\|^2)$

sowohl Breitensuche und Tiefensuche

$\Rightarrow$  Es müssen alle Spalten/Zeilen durchgegangen werden.

### Aufgabe 4

Annahme:

Behauptung: Jede Tiefensuche liefert  $d[v] < f[u]$  als Ergebnis.

Betrachte eine beliebige Tiefensuche zu dem Zeitpunkt, an dem  $v$  entdeckt wird.

Fall 1:  $u$  wurde vor  $v$  entdeckt

Weißen Pfadsatz:  $v$  ist ein Nachfolger von  $u \rightarrow d[v] < f[u]$

Fall 2:  $u$  wurde noch nicht entdeckt:

- a)  $v \xrightarrow{P} u \Rightarrow u$  Nachkomme von  $v$   
Verschachtelungssatz:  $d[v] < d[u] < f[v]$

- b)  $u$  ist von  $v$  aus nicht erreichbar.

Also wird  $v$  komplett abgearbeitet, bevor  $u$  entdeckt wird:

$$d[v] < f[v] < d[u] < f[u]$$

## Aufgabe 5

Graph  $G = (V, E)$  (gerichtet)

$$E^T = \{(v, u) \mid (u, v) \in E\}$$

```

1 MatrixTranspose(a):
2     n = size(a)
3     for i := 1 to n do
4         for j := 1 to n do
5             B[i][j] = A[j][i]
6     return B

```

Laufzeit:  $\Theta(n^2)$

```

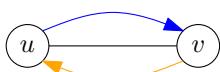
1 ListTranspose(G=(V,E)):
2     Erzeuge einen leeren Graphen G2 mit der Knotenmenge V
3     for jeden Knoten u in V do
4         for jeden Knoten v in Adj[u] do
5             Fuege Kante (v,u) zu G2 hinzu
6     return G2

```

Laufzeit:  $O(\|V\| + \|E\|)$

## Aufgabe 6

rekursiver Aufruf



Ende rekursiver Aufruf

Ansatz: Führe Tiefensuche durch und speichere die benutzten Kanten in einer Liste.

```

1 Search(G, s):
2     for each v in V do
3         color[v] := WHITE
4     Initialisiere die Liste p
5     Visit(G, s, p)

```

```
1 Visit(G,v,p):
2     color[v] := GRAY
3     Haenge v an das Ende von p
4     for each u in Neighbour(v) do
5         if color[u] = WHITE then
6             Visit(G,u,p)
7             Haenge v an das Ende von P
8         else if color[u] = GRAY then
9             Haenge (u,v) an das Ende von p
10    color[v] := BLACK
```